

DEVOIR 2

Exercice 1 : Mendel

Gregor Mendel est considéré comme le père fondateur de la génétique. Il a su expliquer comment les gènes se transmettent d'une génération à l'autre et est à l'origine des concepts d'allèles dominant et récessifs. Il utilisa un raisonnement statistique pour étayer ses théories.

Il étudia des pois qu'il croisa un grand nombre de fois. Il s'intéressa en particulier à deux caractéristiques des graines des pois : leur couleur jaune ou verte et leur aspect lisse ou ridé. Il comprit que les caractères jaune et lisse étaient dominant.

Il croisa alors des lignées pures de pois à graines jaunes et lisses avec des lignées pures de pois à graines vertes et ridées. Les graines des hybrides obtenus étaient logiquement tous d'apparence jaune et lisse. Il croisa enfin ces hybrides entre eux et obtint les résultats ci-dessous.

| Aspect | jaune lisse | jaune ridé | vert lisse | vert ridé | total |
|-----------|-------------|------------|------------|-----------|-------|
| Effectifs | 315 | 101 | 108 | 32 | 556 |

- À l'aide d'un tableau résumant tous les croisements possibles, justifier que les probabilités théoriques obtenues avec le modèle de Mendel sont

| Aspect | jaune lisse | jaune ridé | vert lisse | vert ridé |
|-----------|-------------|------------|------------|-----------|
| Effectifs | 9/16 | 3/16 | 3/16 | 1/16 |

- Les observations sont-elles conformes aux prédictions de Mendel ?
- Notons T la variable de test calculée dans la question précédente. Quelle est d'après la table de la loi du χ^2 la mesure de probabilité de l'intervalle $[0, T]$?
- Mendel a été soupçonné d'avoir trafiqué ses résultats expérimentaux. Pourquoi ?

Exercice 2 : Fumée de papier à cigarette et cancer du poumon

Une expérience a été menée dans le but de mettre en évidence un éventuel effet de la fumée de papier à cigarette sur la genèse du cancer du poumon. Au cours de cette expérience, 74 souris ont été utilisées, dont 36 ont servi de contrôle. Une machine à fumer produisait, dans la cage des 38 souris expérimentales, la fumée de 108 papiers à cigarette par jour, six jours par semaine et cela pendant un an. À la fin de l'expérience, les animaux furent sacrifiés. Il y avait 13 tumeurs parmi les souris expérimentales et 11 parmi les témoins. L'auteur conclut : « Il existe une très légère prépondérance du nombre des tumeurs chez les souris expérimentales par rapport aux souris témoins, et cette prépondérance n'est pas significative si l'on en fait une analyse statistique... Les résultats de cette expérience indiquent que le papier à cigarette a peu ou pas d'effet sur la génération de cancer du poumon chez les souris albinos ».

- Faire le test statistique approprié pour vérifier la première de ces deux conclusions.
- Combien de tumeurs parmi les souris expérimentales aurait-on dû observer pour que le test fournisse un résultat différent ?
- Êtes-vous d'accord avec la deuxième conclusion de l'auteur ?

Exercice 3 : régression parabolique

Le tableau ci-dessous donne les résultats d'un certain nombre de déterminations de la distance de freinage (d en mètres) d'une automobile lancée à différentes vitesses (v en km/h). On sait que cette distance croît avec le carré de la vitesse : $d = av^2 + b$.

On a obtenu expérimentalement les données regroupées dans le tableau ci-dessous.

| | | | | | | | |
|--------------|-----|-----|------|------|------|------|------|
| vitesse v | 33 | 33 | 49 | 49 | 65 | 79 | 93 |
| distance d | 5,3 | 6,5 | 11,2 | 14,5 | 20,3 | 38,5 | 50,4 |

Pour alléger les calculs, on fournit les sommes suivantes :

$$\sum v_i^2 = 26,1 ; \quad \sum v_i^4 = 145507351 ; \quad \sum d_i = 146,6 ; \quad \sum d_i^2 = 4836,3 ; \quad \sum v_i^2 d_i = 836155,4.$$

On suppose que la vitesse v a été déterminée avec une grande précision et que les écarts constatés sont dus à des fluctuations aléatoires gaussiennes de d .

1. Déterminer les estimations de a et b à partir des données du tableau.
2. Représenter sur la figure l'allure de la courbe de régression correspondante.
3. Préciser leurs intervalles de confiance à 95%. Vous semblent-ils satisfaisants ?
4. Si une voiture est lancée à 85 km/h, quelle devrait-être la distance de freinage correspondante ? Donner sa valeur maximale au risque de 1%.

