

EXAMEN DE RATTRAPAGE

La calculatrice et les documents sont autorisés.

Exercice 1 (5 points)

Dans une station-service, la demande hebdomadaire en essence, en millions de litres, est une variable aléatoire X de densité f définie sur l'intervalle $[0, 1]$ par

$$f(x) = 5(1 - x)^4.$$

1. Vérifier que f est bien une densité de probabilité.
2. Quelle est la quantité hebdomadaire moyenne d'essence achetée dans cette station-service ?
3. La station-service dispose pour la semaine de 500000 litres d'essence. Quelle est la probabilité qu'il y ait pénurie d'essence ?
4. De quelle quantité d'essence doit disposer la station pour la semaine afin que la probabilité qu'il y ait pénurie soit inférieure à 0,0001 ?

Exercice 2 (5 points)

Lors de la construction d'un restaurant universitaire accueillant 1000 étudiants, il est prévu la construction de deux salles, chacune disposant de N places. On fait l'hypothèse que chaque étudiant qui mange choisit au hasard l'une des deux salles, indépendamment les uns des autres.

On note X le nombre d'étudiants allant dans la première salle.

1. Quelle est la loi de X ?
2. On suppose que $N = 520$. Évaluer à l'aide du théorème central limite la probabilité que chaque étudiant trouve une place dans la salle qu'il a choisie.
3. Déterminer une valeur de N pour laquelle cette probabilité est de l'ordre de 0,99.