

EXAMEN DE RATTRAPAGE

La calculatrice et les documents sont autorisés.

Exercice 1 (5 points)

On considère les variables aléatoires définies par les grandeurs suivantes.

- X_1 : valeur minimale obtenue après un lancer de deux dés équilibrés.
- X_2 : valeur maximale obtenue après un lancer de deux dés équilibrés.
- X_3 : taille (en m) d'un homme adulte en France.
- X_4 : taille (en cm) d'une fourmi géante.

On signale que ces fourmis se divisent en deux catégories : les ouvrières et les soldats.

On donne au verso des densités de probabilité et des échantillons de valeurs.

On justifiera du mieux possible chacune de ses réponses.

1. Associer à chacune des variables étudiées sa densité de probabilité.
2. Parmi les échantillons aléatoires proposés, retrouver pour chacune des variables étudiées celui qui semble le plus vraisemblable.
3. Donner l'espérance (exacte ou approximative) de chacune des variables.

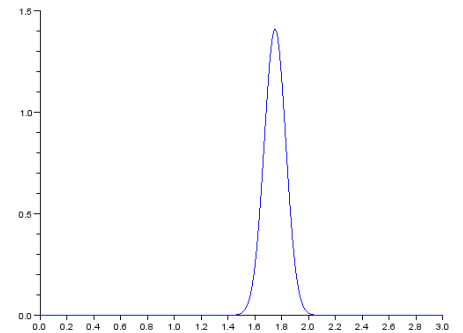
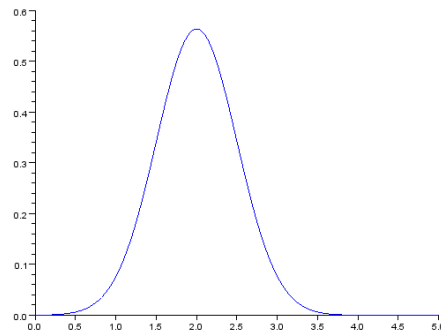
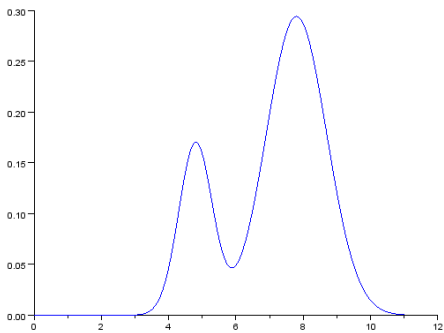
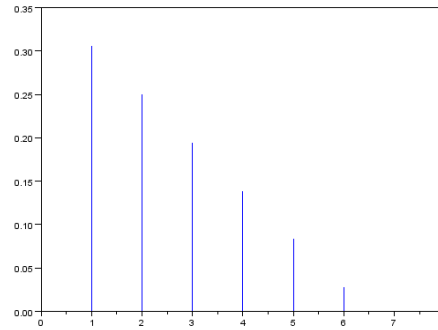
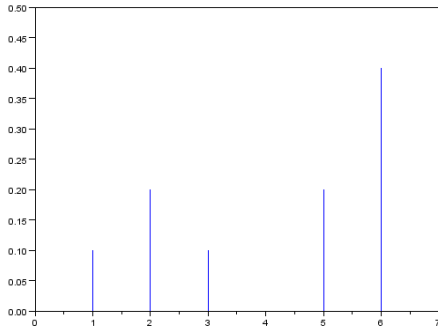
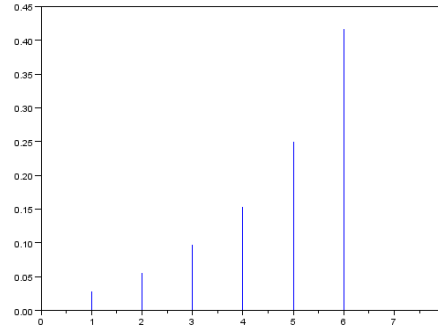
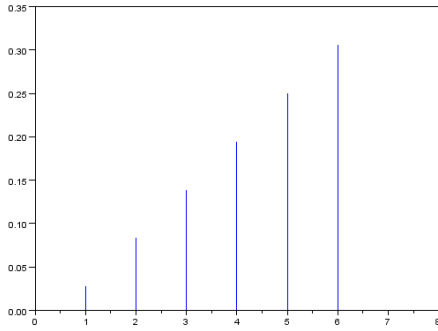
Exercice 2 (5 points)

Une compagnie d'assurance assure 1000 personnes contre un certain sinistre. Chaque assuré a par an, indépendamment des autres, une probabilité 0,001 d'être sinistré. En cas de sinistre, la compagnie verse 10000 euros à l'assuré concerné à la fin de l'année. Si le total des dédommagements excède le montant des fonds de la compagnie d'assurance, celle-ci se retrouve ruinée.

Le but de l'exercice est de déterminer les fonds dont doit disposer la compagnie d'assurance afin que la probabilité d'être ruinée soit inférieure à 0,001.

1. On note N le nombre de sinistres dans l'année. Quelle est la loi de N ? Que valent son espérance et sa variance?
2. À l'aide du théorème central limite, déterminer le nombre M de sinistres tel que $\mathbf{P}(N \leq M) \approx 0,999$.
3. En déduire le montant des fonds dont doit disposer la compagnie d'assurance.
4. On peut également approcher la loi de N par la loi de Poisson de même espérance. Reprendre les deux questions précédentes en utilisant les tables de la loi de Poisson.
5. On suppose maintenant que la compagnie assure 2000 personnes. Déterminer les fonds nécessaires correspondants et comparer avec les résultats précédents.

Densités de probabilités f_1, f_2, \dots, f_7 .



Échantillons.

E_1 :

5	6	6	3	4	6	5	2	6	3	4	6	5	5	4
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

 E_2 :

1	5	3	6	6	4	1	2	5	3	1	6	2	5	2
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

E_3 :

1,95	1,74	1,82	1,59	2,02	1,75	1,63	1,73	1,79	1,67	1,83	1,60	1,86	1,74	1,58
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

E_4 :

5	4	9	4	8	8	5	7	8	4	5	9	8	4	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

 E_5 :

3	1	6	3	2	2	1	2	4	1	1	5	2	1	2
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

E_6 :

1,76	1,60	1,72	1,81	1,55	1,58	1,73	1,68	1,82	1,60	1,53	1,77	1,69	1,81	1,70
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

E_7 :

1	1	5	1	3	2	1	1	1	2	1	6	1	1	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

 E_8 :

6	2	6	5	2	2	6	4	6	5	2	6	4	3	2
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

E_9 :

8,2	5,3	5,8	3,8	9,8	6,0	7,5	4,3	10,1	5,7	6,1	4,8	3,8	7,0	5,9
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

E_{10} :

8,2	6,9	5,0	4,2	8,9	7,5	9,1	7,9	3,9	7,0	8,8	5,4	8,1	7,8	4,5
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

E_{11} :

1,65	1,97	1,80	1,51	1,75	2,06	1,79	1,49	1,89	1,68	1,73	1,91	1,56	1,98	1,60
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------