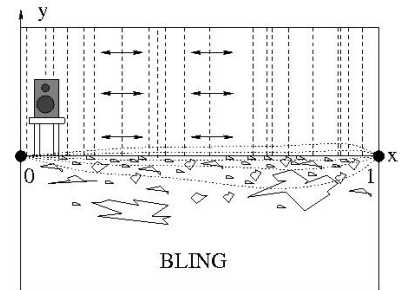


CONTRÔLE 2

*Les documents et calculatrices sont interdits.
Toutes les réponses doivent être justifiées et correctement rédigées.*

Exercice 1 : Problème de voisinage (suite).

Mon voisin du dessus écoute de la musique trop fort. L'onde sonore qui en découle modifie la pression de l'air dans son salon, pression qui s'exerce sur mon plafond et le fait vibrer. C'est la vibration du plafond qui permet de transmettre à la pièce du dessous (mon salon) une partie du son initial..



On note $y(x, t)$ la hauteur du plafond au point x et à l'instant t . En négligeant un certain nombre de paramètres, l'évolution de y est décrite par l'équation des cordes vibrantes, donnée ici par

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \nu^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{1}{d} P, \quad (1)$$

où ν est un réel positif dépendant de la nature du plafond, d est l'épaisseur du plafond et P est la pression de l'air s'exerçant sur le plafond. Cette fonction est directement liée à la musique du voisin. On peut la décomposer sous la forme

$$P(x, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \sin(n\pi x) (A_n \cos(n\pi\mu t) + A'_n \sin(n\pi\mu t)),$$

où μ est un nombre réel positif et les A_n et A'_n sont des paramètres réels.

L'équation homogène associée à (1) est l'équation des ondes étudiée en cours. Nous allons simplement déterminer une solution particulière du problème.

1. Déterminer en fonction des paramètres du problème une solution particulière de l'équation (1) sous la forme

$$y_p(x, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \sin(n\pi x) (B_n \cos(n\pi\mu t) + B'_n \sin(n\pi\mu t)).$$

Les coefficients B_n et B'_n forment le spectre de la partie du son transmise à travers le plafond. En les comparant aux coefficients A_n et A'_n initiaux, on a déjà vu que les hautes fréquences étaient plus atténuées que les basses.

2. Quelle est l'influence de l'épaisseur d du plafond dans la transmission des sons ?
3. Qu'obtient-on si μ est proche de ν ? Expliquer.