NOM :

Fip GE3, Mathématiques 2 *mars 2015*

Contrôle 1

Les documents et calculatrices sont interdits.
Toutes les réponses doivent être justifiées et correctement rédigées.
Barème donné à titre indicatif : 10-5-5.

Exercice 1

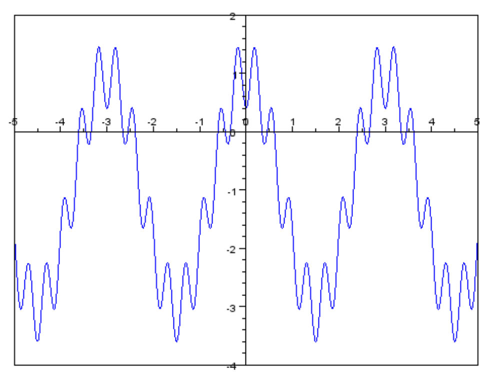
Soit f la fonction 2π-périodique paire définie pour $x \in [0, \pi]$ par $f(x) = x(x - \pi)$.

1. Représenter le graphe de f.
2. Calculer les coefficients de Fourier réels a_n et b_n de f et écrire la série de Fourier de f. Que peut-on affirmer avec le théorème de Dirichlet ?
3. Représenter le graphe de $x \mapsto a_0 + a_1 \cos(x) + a_2 \cos(2x) + b_1 \sin(x) + b_2 \sin(2x)$ puis celui de $x \mapsto a_0 + \sum_{n=1}^{4} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$.
4. On considère la fonction g 2π-périodique définie sur $[0, 2\pi]$ par $g(x) = x(x - 2\pi)$. Représenter le graphe de g. Donner, sans calcul, la série de Fourier de g.

Exercice 2

On considère la fonction périodique φ dont le graphe est ci-contre.

Donner sa période, décrire φ en termes de fréquences et déterminer approximativement les valeurs de ses coefficients de Fourier.



Exercice 3

On considère la fonction ψ 2π-périodique dont le graphe sur $[-\pi, \pi]$ est ci-contre.

Représenter sur la figure le graphe de la fonction $x \mapsto \sin(2x)$.
Déterminer le signe du coefficient b_2 de ψ et en donner un ordre de grandeur.